

Simbolización de proposiciones

viernes, 24 de septiembre de 2021

Considere la siguiente proposición:

~ Las motos son rápidas pero peligrosas.

¿Cómo escribimos esta oración en el lenguaje proposicional?

1. Identificar las proposiciones simples, es decir, las propiedades o cualidades de una persona, un lugar o un objeto.

P: Las motos son rápidas.

Q: Las motos son peligrosas

2. Identificar las conectivos lógicos

"pero" corresponde a $\wedge$

3. Simbolizamos:

$$P \wedge Q$$

Ejemplo. Mañana iré al mercado si no llueve y no hay tráfico.

1. P: Yo iré al mercado mañana

Q: Mañana llueve

R: Mañana hay tráfico

2. "... si ..." corresponde a $\rightarrow$

"y" corresponde a la $\wedge$

"no" corresponde a la $\neg$

3. $(\neg Q \wedge \neg R) \rightarrow P$

Si no llueve mañana y no hay tráfico mañana entonces yo iré al mercado mañana.

Ejemplo 2 es un número primo aunque no es impar

1. P: 2 es un número primo

Q: 2 es un número impar

2. "no" corresponde a $\neg$
"aunque" corresponde a $\wedge$

3. $P \wedge \neg Q$

Dos es un número primo y no pasa que 2 es un número impar

Ejemplo. Si María es feliz, José no es feliz, y tampoco lo es si María es infeliz.

1. P: María es feliz

Q: José es feliz

2. "no" corresponde a $\neg$

"y" corresponde a $\wedge$

"infeliz" es una negación, corresponde a $\neg$

"tampoco" corresponde a $\neg$

"Si" y "si" corresponden a $\rightarrow$

3. $(P \rightarrow \neg Q) \wedge (\neg P \rightarrow \neg Q)$

Ejemplo. Para realizar el trámite es suficiente tener todas las documentas en orden y haber llenado la encuesta.

1. P: Realizar el trámite.

Q: Tener las documentas en orden

R: Haber llenado la encuesta

2. "y" corresponde a $\wedge$

"Para ... es suficiente" corresponde a $\rightarrow$

↳ Es un condicional pues para que se cumpla P (el consecuente) pide que se cumplan Q y R (las precedentes).

$$3. (Q \wedge R) \rightarrow P$$

Ejemplo. Si Xochitl no va a trabajar mañana o no se reporta, le descontarán el día y no le darán el ascenso.

1. P: Xochitl va a trabajar mañana.
Q: Xochitl se reporta
R: A Xochitl le descontarán el día
S: A Xochitl le darán el ascenso.

2. "Si ..., " corresponde a $\rightarrow$
"o" corresponde a $\vee$
"no" corresponde a $\neg$
"y" corresponde a $\wedge$

$$3. (\neg P \vee \neg Q) \rightarrow (R \wedge \neg S)$$

Ejemplo. Si no sabes inglés ni francés, te contrato en la empresa si únicamente si sabes programar y atender al cliente.

1. P: Sabes inglés
Q: Sabes francés
R: Te contrato en la empresa
S: Sabes programar
T: Sabes atender al cliente

2. "Si" corresponde a $\rightarrow$
"no" corresponde a $\neg$
"ni" corresponde a $\wedge \neg$
"si y únicamente si" corresponde a $\leftrightarrow$
"y" corresponde a $\wedge$

$$3. (\neg P \wedge \neg Q) \rightarrow [R \leftrightarrow (S \wedge T)]$$

$$3. (\neg P \wedge \neg Q) \rightarrow [R \leftrightarrow (S \wedge T)]$$

Ejemplo. Si $a \geq 0$ y $b \geq 0$ entonces $a^2 \geq b^2$ si y solo si $a \geq b$

1. $P: a > 0$

$Q: a = 0$

$R: b > 0$

$S: b = 0$

$T: a^2 > b^2$

$U: a > b$

" $b \geq 0$ " considera dos opciones:
 b es mayor a 0 ($b > 0$) o
 b es igual a 0 ($b = 0$)

2. "Si ... entonces" corresponde a $\rightarrow$

"y" corresponde a $\wedge$

"si y solo si" corresponde a $\leftrightarrow$

$$3. [(P \vee Q) \wedge (R \vee S)] \rightarrow (T \leftrightarrow U)$$

Palabras que se relacionan con las conectivas lógicas.

$\neg$: no, es falso que, no es cierto que, lo contrario, ni, ...

$\wedge$: y, además, también, pero, mas, sin embargo, "y", ...

$\vee$: o, u, un caso u otro, ...

$\rightarrow$: si, entonces, es necesario, es suficiente, ...

$\leftrightarrow$: si y solo si, si y unicamente si, es necesario y suficiente, son iguales, son equivalentes, ...

Simbolización con cuantificadores

• Cuantificador universal

$\forall$: para todo, para cada.

- Cuantificador existencial
 $\exists$: existe
 $\exists!$: existe un único.

Ejemplo. Todos los perros ladran o mueven la cola.

1. Identificamos conjuntos

$$A = \{x \mid x \text{ es perro}\}$$

Si P es una propiedad, escribimos $P(x)$ ("P de x") cuando tiene o cumple la propiedad P .

P : ladrar

Q : mover la cola

2. "o" corresponde a $\vee$

"Todos" corresponde a $\forall$

3. $\forall x \in A (P(x) \vee Q(x)) \rightarrow$ "Para cada x en A ,
 $P(x)$ o $Q(x)$ "

$\downarrow$
 pertenece

"x pertenece a A"

"x esta en A"

Ejemplo. Existe un número que es menor o igual al cuadrado de cualquier otro número.

1. $\mathbb{R} = \{x \mid x \text{ es un número real}\}$

$P(x, y)$: x es menor que y^2

$\hookrightarrow$ Escribimos $P(x, y)$ pues la propiedad "es menor que" depende de dos variables, x y y .

$Q(x, y)$: x es igual a y^2

2. "existe" corresponde a $\exists$

"cualquier" corresponde a $\forall$

"o" corresponde a $\vee$

3.

$$\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} (P(x, y) \vee Q(x, y))$$

$$\equiv \exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} (x < y^2 \vee x = y^2)$$

$$\equiv \exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} (x \leq y)$$



$\equiv$: equivalencia lógica